

APELLIDO Y NOMBRE:
CARRERA:

1	2	3	4	Lab.	Nota

TERCER PARCIAL: ANÁLISIS NUMÉRICO (I)
Jueves 14 de Junio de 2007

1. Demostrar las siguientes desigualdades:

a) $\max_{i,j=1,\dots,n} |a_{ij}| \leq \|A\|_2 \leq n \max_{i,j=1,\dots,n} |a_{ij}|$, donde A es una matriz real de tamaño $n \times n$.

b) $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_1$, donde A es una matriz real de tamaño $n \times n$.

2. Sean u, v vectores de \mathbb{R}^n . Mostrar que si $E = uv^T$, entonces $\|E\|_2 = \|u\|_2 \|v\|_2$ y $\|E\|_\infty = \|u\|_\infty \|v\|_1$.

3. Se desea resolver el sistema $Ax = b$ usando el método de Gauss-Seidel, donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) Determinar si la sucesión generada por el método de Gauss-Seidel es convergente justificando su respuesta.

b) Si se deseara acelerar el método, ¿Cuál sería el parámetro óptimo de aceleración ω^* ?

4. Dado el sistema $Ax = b$, donde $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ y $b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$:

a) Determinar si la sucesión generada por el método de Jacobi es convergente justificando su respuesta.

b) Calcular el número de iteraciones k tal que $\|e^{(k)}\| \leq 10^{-5}$, donde $e^{(k)}$ es el error en la etapa k .